

Министерство образования и науки Пермского края
Государственное бюджетное образовательное учреждение
«Академия первых»

ПРИНЯТА

педагогическим советом
ГБОУ «Академия первых»
Протокол от 20.12.2023 № 10

СОГЛАСОВАНО

на заседании экспертного совета
ГБОУ «Академия первых»
Протокол от 15.12.2023 № 1

УТВЕРЖДЕНА

приказом директора
ГБОУ «Академия первых»
от 25.12.2023 № 351



ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА

«Олимпиадная математика. Шаг 2, 8 класс»

Возраст обучающихся: 13-15 лет

Срок реализации программы: 72 часа

Составитель программы:
Макаров И.В., член жюри и
член предметно-методической
комиссии регионального
этапа ВСОШ по математике

Пермь
2023

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Направленность (профиль) программы: настоящая программа «Олимпиадная математика. Шаг 2, 8 класс» является дополнительной общеразвивающей программой естественно-научной направленности, относящейся к продвинутому уровню реализации. Программа призвана научить решать некоторые типовые олимпиадные задачи базового уровня сложности.

Актуальность программы: ориентирована на поиск, развитие и сопровождение математически одаренных школьников, повышение образовательного уровня участников образовательной программы, формирование навыков математического исследования, подготовку к участию в олимпиадах и конкурсах по математике.

Педагогическая целесообразность: Реализация программы позволит выработать у детей привычку к планомерной долгосрочной и регулярной работе, что является залогом успешного обучения (базового и олимпиадного уровней) в дальнейшем. Сочетание совместной с педагогом и самостоятельной работы ребенка с последующей проверкой даёт наиболее эффективный результат. Компонировка программы произведена таким образом, что позволяет систематизировать школьные знания по различным разделам математики, поэтому введение новых понятий и математических объектов происходит естественно.

Отличительные особенности программы: отличительной особенностью данной программы является ее ориентация на детей, проявивших свои математические способности и уже добившихся определенных результатов в различных конкурсах по математике. Программа состоит из достаточно длительного цикла очных занятий с разбором теоретического материала и типовых подходов к решению олимпиадных задач.

Реализация программы позволит выработать у детей привычку к планомерной долгосрочной и регулярной работе, что является залогом успешного обучения (базового и олимпиадного уровней) в дальнейшем. Сочетание совместной с педагогом и самостоятельной работы ребенка с последующей проверкой даёт наиболее эффективный результат. Компоновка программы произведена таким образом, что позволяет систематизировать школьные знания по различным разделам математики, поэтому введение новых понятий и математических объектов происходит естественно.

Новизна программы: программа включает в себя углубленные занятия математикой, самостоятельную внеаудиторную работу, практические занятия, а также различные математические соревнования.

Программа ориентирована на обучение школьников с разным уровнем подготовленности и способностей. При этом изучаемые темы предполагают у участников хорошее знание всех разделов школьного курса математики.

Целью реализации настоящей дополнительной общеразвивающей программы является расширение у учащихся знаний в области олимпиадной математики, повышение их общекультурного уровня и математического кругозора, приобретение практических умений познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, создание условий для формирования и развития у учащихся способности и готовности к самостоятельному поиску методов решения практических задач, подготовка к олимпиадам и конкурсам по математике.

Задачи реализации программы разделяются в соответствии с кругом решающих вопросов.

Обучающие задачи:

- продолжить знакомство обучающихся с основными методами решения олимпиадных задач;
- продолжить развитие у школьников свойственного математике стиля мышления – аналитического, логического, пространственного;

- создать условия для формирования навыков самостоятельной работы и решения новых задач;
- расширить математический кругозор.

Развивающие задачи:

- развивать мышление обучающихся, их познавательную активность и самостоятельность;
- выявить и сформировать интеллектуальные способности обучающихся;
- создать мотивации к самостоятельному обучению и развитию;
- поддержать талантливых обучающихся.

Воспитательные задачи:

- обеспечение духовно-нравственного воспитания обучающихся;
- формирование позитивного и уважительного отношения к труду в области математических наук, умения преодолевать трудности и получать удовольствие от решения задач;
- воспитание научной честности и умения вести научную дискуссию;
- помощь в позитивной социализации и профессиональном самоопределении.

Адресат программы: программа «Олимпиадная математика. Шаг 2, 8 класс» предназначена для детей 13-15 лет, которые уже освоили начальные и базовые знания в области математики, проявили интерес к различным математическим соревнованиям. Так как программа относится к продвинутому уровню реализации, набор на обучение осуществляется на основании закрытого списка обучающихся, ранее прошедших обучение на программах ГБОУ «Академия первых» естественно-научной направленности или показавших отличные результаты на школьном, муниципальном, региональном уровнях ВСОШ по математике или математической олимпиады имени Леонарда Эйлера.

Срок реализации программы: 72 академических часа.

Формы обучения: очная – лекция, практика; дистанционная – самостоятельная работа, онлайн-консультация.

Формы и режим занятий: настоящая программа предполагает, что основные занятия (2 часа в неделю) проводятся в формате очного обучения. Каждую неделю учащиеся получают задачи по пройденной теме, которые решают в режиме самостоятельной работы (2 часа в неделю). Для помощи учащимся в решении задач проводятся консультации в онлайн-формате (1 час за 2 недели).

Ожидаемые результаты обучения и способы определения их результативности: в результате освоения дополнительной общеразвивающей программы «Олимпиадная математика. Шаг 2, 8 класс» обучающийся должен знать:

- методы решения алгебраических, геометрических и комбинаторных задач;

- методы решения олимпиадных задач;

Используя эти знания, обучающийся должен уметь:

- применять методы решения алгебраических, геометрических и комбинаторных задач на практике;

- применять самостоятельно методы решения олимпиадных задач в ситуациях, аналогичных разобранным с преподавателем.

Ожидаемый результат по обучающему компоненту программы:

- Обучающийся овладеет навыками логического и критического мышления, решения задач по обсуждаемым темам; поймёт необходимый уровень строгости рассуждений и ключевые аспекты обсуждаемой математической теории.

Ожидаемый результат по развивающему компоненту программы:

- Обучающийся продемонстрирует способности к самостоятельному поиску решения проблемных заданий, творческому

поиску; научится точнее формулировать свои идеи; получит поддержку в развитии своего таланта.

Ожидаемый результат по воспитательному компоненту программы:

- Обучающийся осознает ценность математики как мощного инструмента познания мира; сможет определиться с выбором направления для дальнейшего обучения, в том числе в вузе (фундаментальная математика, прикладная математика, программирование и т.п.); сможет продемонстрировать целеустремленность, ответственность за результат учебы, дружелюбие в ходе учебного процесса.

Способы определения результативности: педагогическое наблюдение; изучение активности обучающихся на занятиях; проверка задач, решенных самостоятельно; ведение рейтинга обучающихся; ведение журнала учета.

Формы подведения итогов реализации программы: промежуточный мониторинг осуществляется в виде решения олимпиадных заданий. Будет вестись индивидуальный рейтинг каждого обучающегося. Итоговый мониторинг результатов освоения программы осуществляется в формате командной математической игры «Домино».

2. УЧЕБНЫЙ ПЛАН

дополнительной общеразвивающей программы
«Олимпиадная математика. Шаг 2, 8 класс»

№	Название раздела, темы	Количество часов					Самостоятельная работа	Форма аттестации / контроля
		Всего	Теория	Практика	Консультация			
1	Сравнения по модулю.	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой	

							таблицы
2	Алгоритм Евклида.	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
3	НОД и НОК.	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
4	Уравнения в целых числах.	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
5	Неравенства. Введение.	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
6	Неравенства о средних в общем случае.	4	1	1		2	Рейтинг команды
7	Параллелограмм.	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
8	Средняя линия треугольника.	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
9	Симметрия.	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
10	Метод математической индукции.	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
11	Инвариант.	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение

							рейтинговой таблицы
12	Треугольник Паскаля.	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
13	Принцип крайнего.	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
14	Графы. Степень вершины.	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
15	Графы. Связность.	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
16	Итоговая контрольная работа.	4	0	2		2	Личный рейтинг
	Итого	72	15	17	8	32	

Распределение учебной нагрузки в течение недели, всего 4-5 часов в неделю, из них:

- одно занятие в неделю — это очное занятие,
- одно занятие в неделю — это онлайн-консультация,
- два занятия в неделю отведено на самостоятельную работу учащихся с заданиями на отработку навыков по пройденным с преподавателем темам.

3. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Тема 1. Сравнения по модулю. (5 часов)

Теория: Обсуждаются арифметические свойства остатков и вводится определение сравнимых чисел по данному модулю. Доказываются основные арифметические свойства сравнений.

Практика: Предлагается серия задач на использование сравнений.

Тема 2. Алгоритм Евклида. (4 часа)

Теория: Предлагается серия задач на применение алгоритма Евклида. Доказывается существование линейного представления НОД. Обсуждается понятие наибольшего общего делителя нахождения его при помощи и алгоритма Евклида.

Практика: Решение задач по теме.

Тема 3. НОД и НОК. (5 часов)

Теория: Обсуждается понятие наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного, нахождение их с помощью разложения чисел на простые множители.

Практика: Решение задач по теме.

Тема 4. Уравнения в целых числах. (4 часа)

Теория: Обсуждаются различные теоретико-числовые и алгебраические методы решения уравнений в целых числах. Предлагается серия задач на использование данных методов.

Практика: Решение задач по теме.

Тема 5. Неравенства. Введение. (5 часов)

Теория: Формулируются и доказываются классические неравенства о средних для 2 чисел.

Практика: Предлагается серия задач на применение неравенств о средних.

Тема 6. Неравенства о средних в общем случае. (4 часа)

Доказываются неравенства о средних для произвольного количества чисел.

Практика: Предлагается серия задач на применение неравенств о средних для произвольного количества чисел.

Тема 7. Параллелограмм. (5 часов)

Теория: Обсуждаются основные свойства и признаки параллелограмма.

Практика: Решение задач по теме.

Тема 8. Средняя линия треугольника. (4 часа)

Теория: Предлагается исследование геометрических теорем и конструкций, связанных со средней линией треугольника.

Практика: Решение задач по теме.

Тема 9. Симметрия. (5 часов)

Теория: Обсуждается понятие симметрии, разбираются примеры её использования.

Практика: Решение задач по теме.

Тема 10. Метод математической индукции. (4 часа)

Теория: На занятии подробно обсуждается и формализуется метод математической индукции, с помощью которого предлагается доказать серию задач.

Практика: Решение задач по теме.

Тема 11. Инвариант. (5 часов)

Теория: На занятии обсуждается термин инвариант (некоторое постоянное свойство процесса).

Практика: Предлагается серия задач с заданными процессами, где найденные инварианты помогают с поиском решения.

Тема 12. Треугольник Паскаля. (4 часа)

Теория: На занятии вводится определение треугольника Паскаля, доказываемая формула явного вида чисел треугольника.

Практика: Предлагается серия задач на свойства треугольника Паскаля.

Тема 13. Принцип крайнего. (5 часов)

Теория: На занятии вводится идея о рассмотрении «крайних» объектов в конструкции.

Практика: Решение задач по теме.

Тема 14. Графы. Степень вершины. (4 часа)

Теория: Обсуждаются базовые определения теории графов: вершины, ребра, циклы, пути, степени вершин, связность и другие. Доказывается теорема о сумме степеней вершин.

Практика: Предлагается серия задач на использование этой теоремы.

Тема 15. Графы. Связность. (5 часов)

Теория: Вводится понятие связного графа. Обсуждается вопрос о количестве рёбер графа с n компонентами связности.

Практика: Решение задач по теме.

Тема 16. Итоговая контрольная работа. (4 часа)

Практика: Решение задач итогового мероприятия.

4. КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

дополнительной общеразвивающей программы
«Олимпиадная математика. Шаг 2, 8 класс»

№ п/п	Месяц	Число	Время проведения занятия	Форма занятия	Кол-во часов	Тема занятия	Место проведения	Форма контроля
1.	Месяц, число и время проведения занятий определяются конкретным периодом организации и проведения образовательных смен (периодов реализации образовательной программы)				5 ч. в том числе:	Сравнения по модулю		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
1.1.				Лекция	1	Вводится определение сравнимых чисел по данному модулю	Аудитория	
1.2.				Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
1.3				Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
1.4				Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме	Дистанционно	
2.							4 ч. в том числе:	Алгоритм Евклида
2.1.			Лекция	1	Алгоритм Евклида	Аудитория		

2.2.		Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
2.3.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме	Дистанционно	
3.			5 ч. в том числе:	НОД и НОК		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
3.1.		Лекция	1	НОД и НОК, связь с алгоритмом Евклида	Аудитория	
3.2.		Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
3.3.		Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
3.4.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме	Дистанционно	
4.			4 ч. в том числе:	Уравнения в целых числах		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
4.1.		Лекция	1	Уравнения в целых числах	Аудитория	
4.2.		Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
4.3.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме	Дистанционно	

5.		5 ч. в том числе:	Неравенства. Введение		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
5.1.	Лекция	1	Вспоминаем свойства неравенств. Неравенство о средних для 2 чисел	Аудитория	
5.2.	Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
5.3.	Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
5.4.	Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме	Дистанционно	
6.		4 ч. в том числе:	Неравенства о средних в общем случае		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
6.1	Лекция	1	Доказываются неравенства о средних для произвольного количества чисел	Аудитория	
6.2.	Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	

6.3.	Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме	Дистанционно	
7.		5 ч. в том числе:	Параллелограмм		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
7.1.	Лекция	1	Свойства и признаки параллелограмма	Аудитория	
7.2	Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
7.3.	Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
7.4.	Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме	Дистанционно	
8.		4 ч. в том числе:	Средняя линия треугольника		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
8.1.	Лекция	1	Средняя линия треугольника	Аудитория	

8.2.		Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
8.3.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме	Дистанционно	
9.			5 ч. в том числе:	Симметрия		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
9.1.		Лекция	1	Вводим понятие симметрии	Аудитория	
9.2.		Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
9.3.		Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
9.4.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме	Дистанционно	
10			4 ч. в том числе:	Метод математической индукции		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы

10.1.	Лекция	1	обсуждается и формализуется метод математической индукции	Аудитория	
10.2.	Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
10.3.	Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме	Дистанционно	
11		5 ч. в том числе:	Инвариант		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
11.1.	Лекция	1	Вводим инвариант (некоторое постоянное свойство процесса)	Аудитория	
11.2.	Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
11.3.	Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
11.4.	Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме	Дистанционно	
12		4 ч. в том числе:	Треугольник Паскаля		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы

12.1.	Лекция	1	Вводим треугольника Паскаля, обсуждаем его свойства	Аудитория	
12.2.	Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
12.3.	Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме	Дистанционно	
13		5 ч. в том числе:	Принцип крайнего		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
13.1.	Лекция	1	Рассматриваем «крайние» элементы в конструкциях	Аудитория	
13.2.	Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
13.3.	Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
13.4.	Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме	Дистанционно	
14		4 ч. в том числе:	Графы. Степень вершины		Сдача задач/ ведение рейтинговой

						таблицы
14.1.	Лекция	1	Обсуждаются базовые определения теории графов. Доказывается теорема о сумме степеней вершин графа	Аудитория		
14.2.	Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория		
14.3.	Самостоятельная работа	2	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно		
15		5 ч. в том числе:	Графы. Связность			Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
15.1.	Лекция	1	Вводится понятие связного графа. Обсуждается вопрос о количестве рёбер графа с n компонентами связности	Аудитория		
15.2.	Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория		
15.3.	Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно		

15.4.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме	Дистанционно	
16			4 ч. в том числе:	Итоговая контрольная работа		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
16.1.		Практика	2	Решение задач итоговой контрольной работы	Аудитория	
16.2.		Самостоятельная работа	2	Решение задач по теме	Дистанционно	

5. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ (ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ)

5.1. Материально-технические условия реализации программы

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Оборудование, программное обеспечение
Аудитория для очного обучения	Лекция, практикум	Компьютер, мультимедийный проектор, экран, доска
Дистанционное обучение	Онлайн консультация, самостоятельная работа (практикум)	

Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации.

5.2. Учебно-методическое обеспечение программы

Дополнительная общеразвивающая программа содержит теоретическую и практическую подготовку, большее количество времени уделяется практической деятельности.

Кроме традиционных методов используются эвристический метод; исследовательский метод, самостоятельная работа; диалог и дискуссия; приемы дифференцированного обучения, обеспечивающие обучение каждого обучающегося на уровне его возможностей и способностей.

Для реализации настоящей программы используются основные методы работы – развивающего обучения (проблемный, поисковый, творческий).

Занятия проводит педагог, имеющий высшее образование. Программа составлена с учетом санитарно-гигиенических требований к порядку проведения занятий и адаптирована к возрастным особенностям обучающихся.

5.3. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ И РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература:

1. Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. М.: МЦНМО, 2006.
2. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки. М.: МЦНМО, 2021.
3. Горбачев Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. М.: МЦНМО, 2008.
4. Гордин Р.К. Это должен знать каждый матшкольник. М.: МЦНМО, 2003.
5. Гуровиц В.М. Графы. М.: МЦНМО, 2014.
6. Каннель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. М.: МЦНМО, 2006.
7. Кноп К.А. Азы теории чисел. М.: МЦНМО, 2017.
8. Прасолов В. В. Задачи по планиметрии. М.: МЦНМО, 2006.
9. Сгибнев А.И. Делимость и простые числа. М.: МЦНМО, 2013.
10. Уфнаровский В. А. Математический аквариум. М.: МЦНМО, 2016.
11. Федоров Р. М., Каннель-Белов А. Я., Ковальджи А. К., Яценко И. В. Московские математические олимпиады 1993–2005 г. М.: МЦНМО, 2006.
12. Шень А.Х. Математическая индукция. М.: МЦНМО, 2016.

Дополнительная литература:

1. Акопян А.В. Геометрия в картинках. М.: МЦНМО, 2017.
2. Виленкин Н.Я. Рассказы о множествах. М.: МЦНМО, 2005.
3. Яценко И.В. Приглашение на математический праздник. М.: МЦНМО, 2005.