

Министерство образования и науки Пермского края
Государственное бюджетное образовательное учреждение
«Академия первых»

ПРИНЯТА
педагогическим советом
ГБОУ «Академия первых»
Протокол от 26.07.2023 № 5

СОГЛАСОВАНО
на заседании экспертного совета
ГБОУ «Академия первых»
Протокол от 20.12.2022 № 6

УТВЕРЖДЕНА
приказом директора
ГБОУ «Академия первых»
от 27.07.2023 № 201



Трясцина Ю.В.

М.П.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА

"Олимпиадная математика, 9 класс"

Возраст обучающихся: 14-16 лет (9 класс)

Срок реализации программы: 72 часа

Составитель программы:
Макаров И.В., член жюри
регионального этапа
ВСОШ по математике

Пермь
2023

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Направленность (профиль) программы: настоящая программа "Олимпиадная математика, 9 класс" является дополнительной общеразвивающей программой естественнонаучной направленности, относящейся к продвинутому уровню реализации. Программа призвана научить решать некоторые типовые олимпиадные задачи базового уровня сложности.

Актуальность программы: ориентирована на поиск, развитие и сопровождение математически одаренных школьников, повышение образовательного уровня участников образовательной программы, формирование навыков математического исследования, подготовку к участию в олимпиадах и конкурсах по математике.

Педагогическая целесообразность: часов, отведённых на математику в школе, обычно не хватает на более глубокое погружение в некоторые даже вполне «школьные» идеи. Комбинаторика же вообще выпадает из процесса обучения. Также транснеравенство, а зачастую и неравенство о средних для произвольного числа переменных не входят в школьную программу. Поэтому курс, который «пытается поговорить» подробнее про некоторые темы или представить некоторые отсутствующие в школьной программе темы, может быть полезен как для общей математической грамотности, так и для участия во ВСОШ по математике.

Отличительные особенности программы: отличительной особенностью данной программы является ее ориентация на детей, проявивших свои математические способности и уже добившихся определенных результатов в различных конкурсах по математике. Программа состоит из достаточно длительного цикла очных занятий с разбором теоретического материала и типовых подходов к решению олимпиадных задач.

Реализация программы позволит выработать у детей привычку к планомерной долгосрочной и регулярной работе, что является залогом

успешного обучения (базового и олимпиадного уровней) в дальнейшем. Сочетание совместной с педагогом и самостоятельной работы ребенка с последующей проверкой даёт наиболее эффективный результат. Компонировка программы произведена таким образом, что позволяет систематизировать школьные знания по различным разделам математики, поэтому введение новых понятий и математических объектов происходит естественно.

Программа включает в себя углубленные занятия математикой, самостоятельную внеаудиторную работу, практические занятия, а также различные математические соревнования.

Программа ориентирована на обучение школьников с разным уровнем подготовленности и способностей. При этом изучаемые темы предполагают у участников хорошее знание всех разделов школьного курса математики.

Новизна программы: в геометрической части программы основной упор при работе с окружностью делается на работу с углами, так как задачи на «перекидывание углов» достаточно часто появляются на региональном этапе ВСОШ по математике. Так как часть стандартных комбинаторных тем была в программе 8 класса, комбинаторная часть программы содержит несколько тем, которые обычно выпадают из-за недостатка времени. Программа частично основана на авторских разработках и методических находках членов методических комиссий и жюри регионального и заключительного этапов Всероссийской олимпиады школьников по математике.

Целью реализации настоящей дополнительной общеразвивающей программы является расширение у учащихся знаний в области олимпиадной математики, повышение их общекультурного уровня и математического кругозора, приобретение практических умений познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, создание условий для формирования и развития у учащихся способности и готовности к самостоятельному поиску методов решения практических задач, подготовка к олимпиадам и конкурсам по математике.

Задачи реализации программы разделяются в соответствии с кругом решаемых вопросов.

Обучающие задачи:

- познакомить обучающихся с базовым уровнем основных методов решения олимпиадных задач;
- развить у школьников свойственный математике стиль мышления – аналитический, логический, пространственный;
- создать условия для формирования навыков самостоятельной работы и решения новых задач;
- расширить математический кругозор.

Развивающие задачи:

- развивать мышление обучающихся, их познавательную активность и самостоятельность;
- выявить и сформировать интеллектуальные способности обучающихся;
- создать мотивации к самостоятельному обучению и развитию;
- поддержать талантливых обучающихся.

Воспитательные задачи:

- обеспечение духовно-нравственного воспитания обучающихся;
- формирование позитивного и уважительного отношения к труду в области математических наук, умения преодолевать трудности и получать удовольствие от решения задач;
- воспитание научной честности и умения вести научную дискуссию;
- помощь в позитивной социализации и профессиональном самоопределении.

Адресат программы: программа "Олимпиадная математика, 9 класс" предназначена для детей 14-16 лет, которые уже освоили начальные и базовые знания в области математики, проявили интерес к различным математическим соревнованиям. Так как программа относится к

продвинутому уровню реализации, набор на обучение осуществляется на основании закрытого списка обучающихся, ранее прошедших обучение на программах ГБОУ «Академия первых» и показавших отличные результаты при освоении образовательных программ естественно-научной направленности.

Срок реализации программы: программа реализуется в течение 72 часов, включающих как очную, так и самостоятельную (заочную) работу.

Форма обучения: очно-заочная.

Формы и режим занятий: настоящая программа предполагает, что основные занятия (4-5 часа в неделю) проводятся в формате очного обучения. Каждую неделю учащиеся получают задачи по пройденной теме, которые прорешивают в режиме самостоятельной работы (2 часа в неделю). Для помощи учащимся в решении задач проводятся консультации в онлайн-формате (1 час в 2 недели).

Ожидаемые результаты обучения и способы определения их результативности. В результате освоения дополнительной общеразвивающей программы "Олимпиадная математика, 9 класс" обучающийся будет знать: 1) методы решения алгебраических, геометрических и комбинаторных задач; 2) методы решения олимпиадных задач.

Ожидаемый результат по обучающему компоненту программы:

- овладеет навыками логического и критического мышления, решения задач по обсуждаемым темам;
- поймёт необходимый уровень строгости рассуждений и ключевые аспекты обсуждаемой математической теории.

Ожидаемый результат по развивающему компоненту программы:

- продемонстрирует способности к самостоятельному поиску решения проблемных заданий, творческому поиску; научится точнее формулировать свои идеи;
- получит поддержку в развитии своего таланта.

Ожидаемый результат по воспитательному компоненту программы:

- осознает ценность математики как мощного инструмента познания мира;
- сможет определиться с выбором направления для дальнейшего обучения, в том числе в вузе (фундаментальная математика, прикладная математика, программирование и т.п.);
- сможет продемонстрировать целеустремленность, ответственность за результат учебы, дружелюбие в ходе учебного процесса.

Способы определения результативности:

- педагогическое наблюдение;
- изучение активности обучающихся на занятиях;
- проверка задач, решенных самостоятельно.
- ведение рейтинга обучающихся;
- ведение журнала учета.

Формы подведения итогов реализации программы. Промежуточный мониторинг осуществляется в виде решения олимпиадных заданий. Будет вестись индивидуальный рейтинг каждого обучающегося.

2. УЧЕБНЫЙ ПЛАН

дополнительной общеразвивающей программы

«Олимпиадная математика, 9 класс»

№	Название раздела, темы	Количество часов					Форма аттестации / контроля
		Всего	Теория	Практика	Консультация	Самостоятельная работа	
1	Вписанные углы	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
2	Угол между хордами	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы

3	Угол между хордой и касательной	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
4	Вспомогательная окружность	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
5	Квадратный трёхчлен.	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
6	Теорема Виета	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
7	Неравенство о средних для произвольного n	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
8	Транснеравенство	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
9	Малая теорема Ферма	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
10	Вспоминаем перечислительную комбинаторику	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
11	Алгоритмы	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
12	Двудольные графы	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
13	Защипывание	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы

14	Дискретная непрерывность	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
15	Количество информации	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
16	Итоговая контрольная работа	4		2		2	Личный рейтинг.
	Итого	72	15	17	8	32	

3. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Тема 1. Вписанные углы. (5 часов)

Теория: Окружность. Центральный и вписанный угол. 2 критерия вписанности четырёхугольника.

Практикум: Решение задач по теме.

Самостоятельная работа: Прорешивание задач по теме.

Тема 2. Угол между хордами. (4 часа)

Теория: Величина угла между хордами, величина угла между продолжением хорд.

Практикум: Решение задач по теме.

Самостоятельная работа: Прорешивание задач по теме.

Тема 3. Угол между хордой и касательной. (5 часов)

Теория: Касательная к окружности. Угол между хордой и касательной. Обратная теорема об угле между касательной и хордой.

Практикум: Решение задач по теме.

Самостоятельная работа: Прорешивание задач по теме.

Тема 4. Вспомогательная окружность. (4 часа)

Теория: Идея введения вспомогательной окружности. Четверки точек, лежащие на одной окружности и использование этой окружности при решении задачи.

Практикум: Решение задач по теме.

Самостоятельная работа: Прорешивание задач по теме.

Тема 5. Квадратный трёхчлен. (5 часов)

Теория: Свойства квадратного трехчлена, нахождение его вершины, расположение относительно координатных осей.

Практикум: Решение алгебраических задач на применение свойств

к

Самостоятельная работа: Прорешивание задач по теме.

в

а Тема 6. Теорема Виета. (4 часа)

Теория: Теорема Виета для квадратных трехчленов.

д

р

а

т

Практикум: Решение алгебраических задач на её применение теоремы Виета.

Самостоятельная работа: Прорешивание задач по теме.

Тема 7. Неравенства о средних для нескольких чисел. (5 часов)

Теория: Доказательство неравенства о средних для произвольного количества чисел. Примеры применения неравенства.

Практикум: Решение задач на доказательство неравенств и задачи, сводящиеся к ним.

Самостоятельная работа: Прорешивание задач по теме.

Тема 8. Транснеравенство. (4 часа)

Теория: Транснеравенство, связь его с полуинвариантами.

Практикум: Решение задач на применение неравенства.

Самостоятельная работа: Прорешивание задач по теме.

Тема 9. Малая теорема Ферма. (5 часов)

Теория: Малая теорема Ферма. Теоретико-числовые задачи на применение этой теоремы.

Практикум: Решение задач по теме.

Самостоятельная работа: Прорешивание задач по теме.

Тема 10. Перечислительная комбинаторика. (4 часа)

Теория: Числа сочетаний. Нестандартные задачи на подсчет количества способов.

Практикум: Решение задач по теме.

Самостоятельная работа: Прорешивание задач по теме.

Тема 11. Алгоритмы. (5 часов)

Теория: Задачи на алгоритм. Причины оптимальности данных алгоритмов.

Практикум: Решение задач по теме.

Самостоятельная работа: Прорешивание задач по теме.

Тема 12. Двудольные графы. (4 часа)

Теория: Конструкция двудольных графов. Метод подсчета ребер в двудольном графе двумя способами.

Практикум: Решение задач по теме.

Самостоятельная работа: Прорешивание задач по теме.

Тема 13. Зацикливание. (5 часов)

Теория: Задачи на процессы зацикливания. Методы доказательства зацикливания, а также условия, при которых у такого процесса не будет предпериода.

Практикум: Решение задач по теме.

Самостоятельная работа: Прорешивание задач по теме.

Тема 14. Дискретная непрерывность. (4 часа)

Теория: Задачи, в которых при допустимых операциях какое-то выражение может изменяться только на одно и то же значение.

Практикум: Решение комбинаторных задач.

Самостоятельная работа: Прорешивание задач по теме.

Тема 15. Количество информации. (5 часов)

Теория: Оценочная сторона задач некоторых комбинаторных задач, связанная с количеством информации.

Практикум: Решение задач по теме.

Самостоятельная работа: Прорешивание задач по теме.

Тема 16. Итоговая контрольная работа. (2 часа)

Практикум: Решение задач итогового мероприятия.

Самостоятельная работа: Прорешивание задач по теме.

4. КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК

дополнительной общеразвивающей программы

"Олимпиадная математика, 9 класс"

№ п/п	Месяц	Число	Время проведения занятия	Форма занятия	Кол-во часов	Тема занятия	Место проведения	Форма контроля
1.	Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале				5 ч. в том числе:	Вписанные углы.		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
1.1.				Лекция	1	Окружность, связи центрального и вписанного угла. Доказательство двух критериев вписанности четырёхугольника.	Аудитория	
1.2.				Практикум	1	Решение задач по теме.	Аудитория	
1.3				Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
1.4				Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме.	Дистанционно	
2.	Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале				4 ч. в том числе:	Угол между хордами.		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы

2.1.		Лекция	1	Формула для величины угла между хордами и величины угла между продолжением хорд.	Аудитория	
2.2.		Практикум	1	Решение задач связанных с полученными формулами.	Аудитория	
2.3		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме.	Дистанционно	
3.	Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале		5 ч. в том числе:	Угол между хордой и касательной.		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
3.1.		Лекция	1	Определение касательной к окружности. Доказательство формулы для угла между хордой и касательной. Доказательство обратной теоремы об угле между касательной и хордой.	Аудитория	
3.2.		Практикум	1	Решение задач по теме	Аудитория	
3.3.		Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
3.4.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме.	Дистанционно	
4.	Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале		4 ч. в том числе:	Вспомогательная окружность.		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
4.1.		Лекция	1	Введение вспомогательной окружности.	Аудитория	

4.2.		Практикум	1	Решение задач по теме	Аудитория	
4.3.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме.	Дистанционно	
5.	Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале		5 ч. в том числе:	Квадратный трёхчлен.		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
5.1.		Лекция	1	Свойства квадратного трёхчлена, нахождение его вершины, расположение относительно координатных осей.	Аудитория	
5.2.		Практикум	1	Решение алгебраические задач на применение свойств квадратного трёхчлена	Аудитория	
5.3.		Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
5.4.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме.	Дистанционно	
6.	Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале		4 ч. в том числе:	Теорема Виета.		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы

6.1		Лекция	1	Теорема Виета для квадратных трехчленов.	Аудитория	
6.2.		Практикум	1	Решение алгебраических задач на применение теоремы Виета	Аудитория	
6.3.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме.	Дистанционно	
7.	Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале		5 ч. в том числе:	Неравенства о средних для нескольких чисел.		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
7.1.		Лекция	1	Доказательство неравенства о средних для произвольного количества чисел. Примеры применения неравенства о средних для нескольких чисел.	Аудитория	
7.2		Практикум	1	Решение различных задач на доказательство неравенств и задач, сводящиеся к ним.	Аудитория	
7.3.		Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
7.4.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме.	Дистанционно	

8.	Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале		4 ч. в том числе:	Транснеравенство.		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
8.1.		Лекция	1	Введение определения транснеравенства. Связи транснеравенства с полуинвариантами.	Аудитория	
8.2.		Практикум	1	Решение задач по теме	Аудитория	
8.3.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме.	Дистанционно	
9.	Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале		5 ч. в том числе:	Малая теорема Ферма.		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
9.1.		Лекция	1	Доказательство малой теоремы Ферма.	Аудитория	
9.2.		Практикум	1	Решение теоретико-числовых задач на применение малой теоремы Ферма.	Аудитория	
9.3.		Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	

9.4.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме.	Дистанционно	
10	Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале		4 ч. в том числе:	Перечислительная комбинаторика.		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
10.1.		Лекция	1	Определение числа сочетаний.	Аудитория	
10.2.		Практикум	1	Решение нестандартных задач на подсчет количества способов.	Аудитория	
10.3.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме.	Дистанционно	
11	Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале		5 ч. в том числе:	Алгоритмы.		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
11.1.		Лекция	1	Решение серии задач на алгоритмы. Причины оптимальности данных алгоритмов.	Аудитория	
11.2.		Практикум	1	Решение задач по теме	Аудитория	
11.3.		Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	

11.4.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме.	Дистанционно	
12	Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале		4 ч. в том числе:	Двудольные графы.		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
12.1.		Лекция	1	Исследование конструкции двудольных графов. Метод подсчета ребер в нем двумя способами.	Аудитория	
12.2.		Практикум	1	Решение задач по теме	Аудитория	
12.3.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме.	Дистанционно	
13	Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале		5 ч. в том числе:	Зацикливание.		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы

13.1.		Лекция	1	Методы доказательства, что заикливание произойдет, а также условия, при которых у такого процесса не будет предпериода.	Аудитория	
13.2.		Практикум	1	Решение задач по теме	Аудитория	
13.3.		Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
13.4.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме.	Дистанционно	
14	Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале		4 ч. в том числе:	Дискретная непрерывность.		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
14.1.		Лекция	1	Задачи на допустимые операции где выражение может изменяться только на одно и то же значение.	Аудитория	
14.2.		Практикум	1	Решение комбинаторных задач, доказательство существования некоторого объекта, исходя из того, что значение выражение обязательно должно принимать конкретное значение.	Аудитория	
14.3.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме.	Дистанционно	

15	Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале		5 ч. в том числе:	Количество информации.		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
15.1.		Лекция	1	Введение ключевой идеи. Оценочные стороны некоторых комбинаторных задач, связанных с количеством информации.	Аудитория	
15.2.		Практикум	1	Решение задач	Аудитория	
15.3.		Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
15.4.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме.	Дистанционно	
16	Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале		4 ч. в том числе:	Итоговая контрольная работа.		Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
16.1.		Практикум	2	Решение задач итогового мероприятия.	Аудитория	
16.2.		Самостоятельная работа	2	Прорешивание задач по теме.	Дистанционно	

5. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ

5.1. Материально-технические условия реализации программы

Наименование специализированных учебных помещений	Форма проведения занятий	Оборудование, перечень технических, графических средств и материалов, программное обеспечение
Аудитория для очного обучения	Лекция, практикум	Компьютер, мультимедийный проектор, экран, доска
Дистанционное обучение	Онлайн консультация, самостоятельная работа (практикум)	

Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации.

5.2. Учебно-методическое обеспечение программы

Образовательная программа содержит теоретическую и практическую подготовку, большее количество времени уделяется практической деятельности.

Кроме традиционных методов используются эвристический метод; исследовательский метод, самостоятельная работа; диалог и дискуссия; приемы дифференцированного обучения, обеспечивающие обучение каждого обучающегося на уровне его возможностей и способностей.

Для реализации настоящей программы используются основные методы работы – развивающего обучения (проблемный, поисковый, творческий).

Занятия проводит педагог, имеющий высшее образование. Программа составлена с учетом санитарно-гигиенических требований к порядку проведения занятий и адаптирована к возрастным особенностям обучающихся.

5.3. Список источников и литературы

Основная литература:

1. Уфнарковский В. А. Математический аквариум. М.: МЦНМО, 2016.
2. Кноп К.А. Азы теории чисел. М.: МЦНМО, 2017.
3. Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. М.: МЦНМО, 2006.
4. Гордин Р.К. Это должен знать каждый матшкольник. М.: МЦНМО, 2003.
5. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки. М.: МЦНМО, 2021.
6. Горбачев Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. М.: МЦНМО, 2008.
7. Шень А.Х. Математическая индукция. М.: МЦНМО, 2016.
8. Каннель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. М.: МЦНМО, 2006.
9. Прасолов В. В. Задачи по планиметрии. М.: МЦНМО, 2006.
10. Федоров Р. М., Каннель-Белов А. Я., Ковальджи А. К., Яценко И. В. Московские математические олимпиады 1993–2005 г. М.: МЦНМО, 2006.
11. Сгибнев А.И. Делимость и простые числа. М.: МЦНМО, 2013.
12. Гуровиц В.М. Графы. М.: МЦНМО, 2014.

Рекомендованная литература:

1. Виленкин Н.Я. Рассказы о множествах. М.: МЦНМО, 2005.
2. Яценко И.В. Приглашение на математический праздник. М.: МЦНМО, 2005.
3. Акопян А.В. Геометрия в картинках. М.: МЦНМО, 2017.