

Министерство образования и науки Пермского края  
Государственное бюджетное образовательное учреждение  
«Академия первых»

**ПРИНЯТА**  
педагогическим советом  
ГБОУ «Академия первых»  
Протокол от 24.08.2023 № 6

**СОГЛАСОВАНО**  
на заседании экспертного совета  
ГБОУ «Академия первых»  
Протокол от 20.12.2022 № 6

**УТВЕРЖДЕНА**  
приказом директора  
ГБОУ «Академия первых»  
от 25.08.2023 № 222



**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА**  
**«Математическая школа для участников муниципального**  
**этапа ВСОШ, 9 класс»**

Возраст обучающихся: 14-16 лет (9 класс)

Срок реализации программы: 72 часа

Составитель программы:  
Макаров И.В., член жюри  
регионального этапа  
ВСОШ по математике

Пермь  
2023

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

**Направленность (профиль) и уровень освоения программы:** настоящая программа «Математическая школа для участников муниципального этапа ВСОШ, 9 класс» является дополнительной общеразвивающей программой естественнонаучной направленности, относящейся к продвинутому уровню реализации. Программа призвана научить решать некоторые типовые олимпиадные задачи.

**Актуальность программы:** ориентирована на поиск, развитие и сопровождение математически одаренных школьников, повышение образовательного уровня участников образовательной программы, формирование навыков математического исследования, подготовку к участию в олимпиадах по математике муниципального и регионального уровней.

**Педагогическая целесообразность программы:** часов, отведённых на математику в школе, обычно не хватает на более глубокое погружение в некоторые даже вполне «школьные» идеи. Поэтому курс, который «пытается поговорить» подробнее про некоторые темы или представить некоторые отсутствующие в школьной программе темы, может быть полезен как для общей математической грамотности, так и для участия во ВСОШ по математике.

**Отличительные особенности программы:** отличительной особенностью данной программы является ее ориентация на детей, проявивших свои математические способности и уже добившихся определенных результатов на олимпиадах по математике. Программа рассчитана на интенсивный краткосрочный, а не растянутый по времени реализации курс обучения, включающий 72 часа аудиторной работы детского объединения под руководством преподавателя, куда также входят практические работы, предназначенные для отработки полученных знаний и умений, навыков исследовательской деятельности. Такой механизм

реализации программы позволяет получить наибольший эффект в освоении учебного материала.

Реализация программы позволит выработать у детей привычку к планомерной долгосрочной и регулярной работе, что является залогом успешного обучения (базового и олимпиадного уровней) в дальнейшем. Сочетание совместной с педагогом и самостоятельной работы ребенка с последующей проверкой даёт наиболее эффективный результат. Компонировка программы произведена таким образом, что позволяет систематизировать школьные знания по различным разделам математики, поэтому введение новых понятий и математических объектов происходит естественно.

Программа включает в себя углубленные занятия математикой, самостоятельную внеаудиторную работу, практические занятия, а также различные математические соревнования.

Программа ориентирована на обучение школьников с разным уровнем подготовленности и способностей. При этом изучаемые темы предполагают у участников хорошее знание всех разделов школьного курса математики.

**Новизна программы:** комбинаторная часть программы содержит несколько тем, которые обычно выпадают из-за недостатка времени. Также более подробно обсуждается работа с окружностью. Программа частично основана на авторских разработках и методических находках членов методических комиссий и жюри регионального и заключительного этапов Всероссийской олимпиады школьников по математике.

**Целью реализации программы** является расширение у учащихся знаний в области олимпиадной математики, повышение их общекультурного уровня и математического кругозора, приобретение практических умений познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, создание условий для формирования и развития у учащихся способности и готовности к самостоятельному поиску методов решения практических задач, подготовка к олимпиадам и конкурсам по математике.

**Задачи реализации программы** разделяются в соответствии с кругом решаемых вопросов:

*Обучающие задачи:*

- познакомить обучающихся с базовым уровнем основных методов решения олимпиадных задач;
- развить у школьников свойственный математике стиль мышления – аналитический, логический, пространственный;
- создать условия для формирования навыков самостоятельной работы и решения новых задач;
- расширить математический кругозор;

*Развивающие задачи:*

- развивать мышление обучающихся, их познавательную активность и самостоятельность;
- выявить и сформировать интеллектуальные способности обучающихся;
- создать мотивации к самостоятельному обучению и развитию;
- поддержать талантливых обучающихся.

*Воспитательные задачи:*

- обеспечение духовно-нравственного воспитания обучающихся;
- формирование позитивного и уважительного отношения к труду в области математических наук, умения преодолевать трудности и получать удовольствие от решения задач;
- воспитание научной честности и умения вести научную дискуссию;
- помощь в позитивной социализации и профессиональном самоопределении.

**Адресат программы:** программа «Математическая школа для участников муниципального этапа ВСОШ, 9 класс» предназначена для детей 14-16 лет, которые уже освоили начальные и базовые знания в области математики, проявили интерес к различным математическим соревнованиям.

Так как программа относится к продвинутому уровню реализации, набор на обучение осуществляется на основании закрытого списка обучающихся, ранее прошедших обучение на программах ГБОУ «Академия первых» и показавших отличные результаты при освоении образовательных программ естественно-научной направленности.

**Срок реализации программы:** 72 академических часа.

**Формы обучения:** настоящая программа предполагает очное обучение.

**Форма и режим занятий:** групповые занятия проводятся в формате лекций, практических занятий (разбор и решение задач).

Режим занятий: программа реализуется в течение двух учебных недель в соответствии с календарным графиком учреждения, в один учебный день – 6 академических часов занятий (за исключением воскресенья).

**Ожидаемые результаты обучения:** в результате освоения дополнительной общеразвивающей программы «Математическая школа для участников муниципального этапа ВСОШ, 9 класс» обучающийся должен знать: методы решения алгебраических, геометрических и комбинаторных задач; методы решения олимпиадных задач.

Используя эти знания, обучающийся должен уметь: применять методы решения алгебраических, геометрических и комбинаторных задач на практике; применять самостоятельно методы решения олимпиадных задач в ситуациях, аналогичных разобранным с преподавателем.

*Ожидаемый результат по обучающему компоненту программы.*

Обучающийся овладеет навыками логического и критического мышления, решения задач по обсуждаемым темам. Поймёт необходимый уровень строгости рассуждений и ключевые аспекты обсуждаемой математической теории.

*Ожидаемый результат по развивающему компоненту программы.*

Обучающийся продемонстрирует способности к самостоятельному поиску решения проблемных заданий, творческому поиску; научится точнее формулировать свои идеи; получит поддержку в развитии своего таланта.

*Ожидаемый результат по воспитательному компоненту программы.*

Обучающийся осознает ценность математики как мощного инструмента познания мира. Обучающийся сможет определиться с выбором направления для дальнейшего обучения, в том числе в вузе (фундаментальная математика, прикладная математика, программирование и т.п.). Сможет продемонстрировать целеустремленность, ответственность за результат учебы, дружелюбие в ходе учебного процесса.

**Способы определения результативности:** педагогическое наблюдение; педагогический анализ результатов выполнения обучающимися текущих практических заданий, активности обучающихся на занятиях; ведение журнала учёта.

**Формы подведения итогов реализации программы.** Итоговый мониторинг осуществляется в виде индивидуального рейтинга каждого обучающегося по решенным олимпиадным заданиям.

## 2. УЧЕБНЫЙ ПЛАН

дополнительной общеразвивающей программы

**«Математическая школа для участников муниципального этапа ВСОШ, 9 класс»**

№	Название раздела, темы	Количество часов			Форма аттестации / контроля
		Всего	Теория	Практика	
1	Введение в образовательную программу Алгебра. Применение формул	4	2	2	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
2	Углы в окружности	4	2	2	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы

3	Вспомогательная окружность	4	2	2	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
4	Ортоцентр	6	2	4	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
5	Лемма о трезубце	4	2	2	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
6	Вневписанная окружность	4	2	2	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
7	Огрубление неравенств	4	2	2	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
8	Уравнения в целых числах	4	2	2	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
9	Многочлены	4	2	2	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
10	Китайская теорема об остатках	4	2	2	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
11	Индукция в графах	4	2	2	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
12	Усиление условий в индукции	4	2	2	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
13	Полуинварианты и развешивание весов	4	2	2	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
14	Принцип Дирихле в теории чисел	4	2	2	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
15	Выпуклость и теорема Хелли	4	2	2	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
16	Математическая игра	4		4	Рейтинг команды
17	Математическая игра «Абака»	4		4	Рейтинг команды
18	Итоговое занятие	2	2		Подведение общего рейтинга курса
	Итого	72	32	40	

Занятия по каждой теме предлагается вести в разные дни по 2 часа, так как с детьми этого возраста не эффективно и трудно изучать теоретический материал и решать задания на одну и ту же тему длительное время.

Более подробно последовательность тем и их чередование можно посмотреть далее в таблице «Календарно-тематический план». В течение обучения темы проходятся параллельно. К примеру: 2 часа занятий из раздела «Планиметрия», 2 часа занятий из раздела «Комбинаторика» и 2 часа занятий из раздела «Делимость чисел» могут проводиться в один день.

### 3. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

**Тема 1.** Введение в образовательную программу. Алгебра. Применение формул. (4 часа)

*Теория:* Цели и задачи программы. Особенности главных разделов программы. Повторение и применение формул сокращенного умножения. Квадратный трехчлен. Выделение полного квадрата из трехчлена.

*Практика:* Решение задач по теме.

**Тема 2.** Углы в окружности. (4 часа)

*Теория:* Окружность. Центральный и вписанный угол. 2 критерия вписанности четырёхугольника. Величина угла между хордами, величина угла между продолжением хорд.

*Практика:* Решение задач по теме.

**Тема 3.** Вспомогательная окружность. (4 часа)

*Теория:* Идея введения вспомогательной окружности. Четверки точек, лежащие на одной окружности и использование при решении задач.

*Практика:* Решение задач по теме.

**Тема 4.** Ортоцентр. (6 часов)

*Теория:* Свойства ортоцентра (точки пересечения высот) треугольника

*Практика:* Решение задач по теме.

**Тема 5.** Лемма о трезубце. (4 часа)

*Теория:* Доказательство лемма о трезубце.



Практика: Решение задач по теме.

**Тема 6.** Вневыписанная окружность. (4 часа)

Теория: Внешние биссектрисы и вневыписанная окружность.

Практика: Решение задач по теме.

**Тема 7.** Огрубление неравенств. (4 часа)

Теория: Замена неравенства.

Практика: Задачи на доказательство неравенств и задачи, сводящиеся к ним.

**Тема 8.** Уравнения в целых числах. (4 часа)

Теория: Теоретико-числовые и алгебраические методы решения уравнений в целых числах.

Практика: Решение задач по теме.

**Тема 9.** Многочлены. (4 часа)

Теория: Деление многочленов. Теорема Безу.

Практика: Решение задач по теме.

**Тема 10.** Китайская теорема об остатках. (4 часа)

Теория: Китайская теорема об остатках. Методы применения КТО.

Практика: Решение задач по теме.

**Тема 11.** Индукция в графах. (4 часа)

Теория: Метод математической индукции и его применение при решении различных задач теории графов.

Практика: Решение олимпиадных задач.

**Тема 12.** Усиление условий в индукции. (4 часа)

Теория: Изменения условия задачи к виду, который можно доказать индукцией.

Практика: Решение задач по теме.

**Тема 13.** Полуинварианты и развешивание весов. (4 часа)

Теория: Полуинварианта (некоторое значение, которое меняется только определённым образом).

Практика: Решение задач по теме.

**Тема 14.** Принцип Дирихле в теории чисел. (4 часа)

Теория: Применение принципа Дирихле в теоретико-числовых задачах.

Практика: Решение задач по теме.

**Тема 15.** Выпуклость и теорема Хелли. (4 часов)

Теория: Определение выпуклых фигур. Свойства выпуклых фигур.

Доказательство теоремы Хелли.

Практика: Решение задач по теме.

**Тема 16.** Математическая игра «Домино». (4 часа)

Практика: Командная игра «Домино».

**Тема 17.** Математическая игра «Абака». (4 часа)

Практика: Командная игра «Абака».

**Тема 18.** Итоговое занятие (2 часа)

Теория: Повторение основных тем программы. Рефлексия. Подведение итогов рейтинга.

#### 4. КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

дополнительной общеразвивающей программы

##### «Математическая школа для участников муниципального этапа ВСОШ, 9 класс»

№ п/п	Месяц	Число	Время проведения занятия	Форма занятия	Кол-во часов	Тема занятия	Место проведения	Форма контроля
<b>1.</b>	Месяц, число и время проведения занятий определяются конкретным периодом организации и проведения профильных смен (периодов реализации общеразвивающей программы)				<b>6 ч. в том числе:</b>	<b>Введение в образовательную программу</b> <b>Углы в окружности. Алгебра.</b> <b>Применение формул. Индукция в графах</b>		Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
1.1.				Лекция	2	Введение в образовательную программу Применение формул сокращенного умножения	Аудитория	
1.2.				Лекция	2	Углы в окружности	Аудитория	
1.3				Лекция	2	Метод математической индукции и его применение	Аудитория	
<b>2.</b>					<b>6 в том числе:</b>	<b>Методы решения алгебраических, комбинаторных и планиметрических задач</b>		Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
2.1.				Практика	2	Решение планиметрических задач	Аудитория	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы

2.2.		Практика	2	Решение задач на применение индукции	Аудитория	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
2.3.		Практика	2	Решение задач связанных с разложением выражений на множители	Аудитория	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
<b>3.</b>			<b>6 в том числе:</b>	<b>Вспомогательная окружность. Огрубление неравенств. Усиление условий в индукции.</b>		Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
3.1.		Лекция	2	Замена неравенства более слабым неравенством	Аудитория	
3.2.		Лекция	2	Изменение условий задач к виду, который можно доказать индукцией	Аудитория	
3.3.		Лекция	2	Ведение дополнительной окружности	Аудитория	
<b>4.</b>			<b>6 в том числе:</b>	<b>Методы решения алгебраических, комбинаторных и планиметрических задач</b>		
4.1.		Практика	2	Решение задач на введение дополнительной окружности	Аудитория	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
4.2.		Практика	2	Решение задач с помощью усиления индукции	Аудитория	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы

4.3.		Практика	2	Решение задач на огрубление неравенств	Аудитория	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
5.			<b>6 ч. в том числе:</b>	<b>Ортоцентр. Уравнения в целых числах. Полуинварианты и развешивание весов.</b>		Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
5.1.		Лекция	2	Задачи на использование свойства ортоцентра	Аудитория	
5.2.		Лекция	2	Методы решений уравнений в целых числах	Аудитория	
5.3.		Лекция	2	Полуинварианта. Инварианты с использованием развешивания весов	Аудитория	
6.			<b>6 ч. в том числе:</b>	<b>Математическая игра «Абака»</b>		Рейтинг команды
6.1		Практика	2	Решение задач по теме ортоцентр	Аудитория	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
6.2.		Практика	4	Математическая игра «Абака»	Аудитория	Рейтинг команды

7.			<b>6 ч. в том числе:</b>	<b>Методы решения алгебраических, комбинаторных и планиметрических задач.</b>		Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
7.1.		Практика	2	Решение уравнений в целых числах.	Аудитория	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
7.2		Практика	2	Решение задач по теме ортоцентр.	Аудитория	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
7.3.		Практика	2	Решение задач на расстановку весов.	Аудитория	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
8.			<b>6 в том числе:</b>	<b>Лемма о трезубце. Принцип Дирихле в теории чисел. Многочлены.</b>		Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
8.1.		Лекция	2	Лемма о трезубце	Аудитория	
8.2.		Лекция	2	Принцип Дирихле в теоретико-числовых задачах.	Аудитория	
8.3.		Лекция	2	Деление многочленов. Теорема Безу	Аудитория	

9.			<b>6 ч. в том числе:</b>	<b>Лемма о трезубце. Принцип Дирихле в теории чисел. Многочлены.</b>		Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
9.1.		Практика	2	Решение планиметрических задач на лемму о трезубце	Аудитория	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
9.2.		Практика	2	Решение задач с многочленами	Аудитория	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
9.3		Практика	2	Решение задач на принцип Дирихле	Аудитория	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
10.			<b>6 ч. в том числе:</b>	<b>Вневписанная окружность. Китайская теорема об остатках. Выпуклость и теорема Хелли.</b>		
10.1.		Лекция	2	Внешние биссектрисы и вневписанная окружность	Аудитория	
10.2.		Лекция	2	Доказательство и применение китайской теоремы об остатках	Аудитория	
10.3.		Лекция	2	Выпуклые фигуры, их свойства. Теорема Хелли	Аудитория	

<b>11.</b>			<b>6 ч. в том числе:</b>	<b>Вневписанная окружность. Китайская теорема об остатках. Выпуклость и теорема Хелли.</b>		<b>Рейтинг команды</b>
11.1.		Практика	2	Решение задач с использованием вневписанной окружности.	Аудитория	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
11.2.		Практика	2	Решение задач на применение китайской теоремы об остатках	Аудитория	Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
11.3		Практика	2	Решение задач, связанных с выпуклыми фигурами.		Устная сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
<b>12.</b>			<b>6 ч. в том числе:</b>	<b>Игра «Домино» Подведение итогов смены.</b>		<b>Определение рейтинга учащихся.</b>
		Лекция	2	Итоговое занятие	Аудитория	
12.1.		Практика	4	Игра «Домино»	Аудитория	Рейтинг команды



## 5. 5. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ

### 5.1. Материально-технические условия реализации программы

Наименование специализированных учебных помещений	Форма проведения занятий	Оборудование, перечень технических, графических средств и материалов, программное обеспечение
Аудитория	Лекция	Компьютер, мультимедийный проектор, экран, доска
Аудитория	Практическая работа	Компьютер, мультимедийный проектор, экран, доска

Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации.

### 5.2. Учебно-методическое обеспечение программы

Образовательная программа содержит теоретическую и практическую подготовку, большее количество времени уделяется практической деятельности.

Кроме традиционных методов используются эвристический метод; исследовательский метод, самостоятельная работа; диалог и дискуссия; приемы дифференцированного обучения, обеспечивающие обучение каждого обучающегося на уровне его возможностей и способностей.

Для реализации настоящей программы используются основные методы работы – развивающего обучения (проблемный, поисковый, творческий).

Занятия проводит педагог, имеющий высшее образование. Программа составлена с учетом санитарно-гигиенических требований к порядку проведения занятий и адаптирована к возрастным особенностям обучающихся.

### 5.3. Список источников и литературы

#### Основная литература:

1. Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. М.: МЦНМО, 2006.
2. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки. М.: МЦНМО, 2021.
3. Горбачев Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. М.: МЦНМО, 2008.
4. Гордин Р.К. Это должен знать каждый матшкольник. М.: МЦНМО, 2003.
5. Гуровиц В.М. Графы. М.: МЦНМО, 2014.
6. Каннель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. М.: МЦНМО, 2006.
7. Кноп К.А. Азы теории чисел. М.: МЦНМО, 2017.
8. Прасолов В. В. Задачи по планиметрии. М.: МЦНМО, 2006.
9. Сгибнев А.И. Делимость и простые числа. М.: МЦНМО, 2013.
10. Уфнаровский В. А. Математический аквариум. М.: МЦНМО, 2016.
11. Федоров Р. М., Канель-Белов А. Я., Ковальджи А. К., Ященко И. В. Московские математические олимпиады 1993–2005 г. М.: МЦНМО, 2006.
12. Шень А.Х. Математическая индукция. М.: МЦНМО, 2016.

#### Дополнительная литература:

1. Акопян А.В. Геометрия в картинках. М.: МЦНМО, 2017.
2. Виленкин Н.Я. Рассказы о множествах. М.: МЦНМО, 2005.
3. Ященко И.В. Приглашение на математический праздник. М.: МЦНМО, 2005.