

Министерство образования и науки Пермского края  
Государственное бюджетное образовательное учреждение  
«Академия первых»

ПРИНЯТА

педагогическим советом  
ГБОУ «Академия первых»  
Протокол от 22.12.2022 № 13

СОГЛАСОВАНО

на заседании экспертного совета  
ГБОУ «Академия первых»  
Протокол от 20.12.2022 № 6

УТВЕРЖДЕНА

приказом директора  
ГБОУ «Академия первых»  
от 26.12.2022 № 355



**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА**

**«Олимпиадная математика, 8 класс»**

Возраст обучающихся: 13-15 лет (8 класс)

Срок реализации программы: 72 часа

Составитель программы:  
Макаров И.В., член жюри  
регионального этапа  
ВСОШ по математике

Пермь  
2022

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

**Направленность (профиль) программы:** настоящая программа «Олимпиадная математика, 8 класс» является дополнительной общеразвивающей программой естественно-научной направленности, относящейся к продвинутому уровню реализации. Программа призвана научить решать некоторые типовые олимпиадные задачи базового уровня сложности.

**Актуальность программы:** ориентирована на поиск, развитие и сопровождение математически одаренных школьников, повышение образовательного уровня участников образовательной программы, формирование навыков математического исследования, подготовку к участию в олимпиадах и конкурсах по математике

**Отличительные особенности программы:** отличительной особенностью данной программы является ее ориентация на детей, проявивших свои математические способности и уже добившихся определенных результатов в различных конкурсах по математике. Программа состоит из достаточно длительного цикла очных занятий с разбором теоретического материала и типовых подходов к решению олимпиадных задач.

Реализация программы позволит выработать у детей привычку к планомерной долгосрочной и регулярной работе, что является залогом успешного обучения (базового и олимпиадного уровней) в дальнейшем. Сочетание совместной с педагогом и самостоятельной работы ребенка с последующей проверкой даёт наиболее эффективный результат. Компонировка программы произведена таким образом, что позволяет систематизировать школьные знания по различным разделам математики, поэтому введение новых понятий и математических объектов происходит естественно.

Программа включает в себя углубленные занятия математикой, самостоятельную внеаудиторную работу, практические занятия, а также различные математические соревнования.

Программа ориентирована на обучение школьников с разным уровнем подготовленности и способностей. При этом изучаемые темы предполагают у участников хорошее знание всех разделов школьного курса математики.

**Адресат программы:** программа «Олимпиадная математика, 8 класс» предназначена для детей 13-15 лет, которые уже освоили начальные и базовые знания в области математики, проявили интерес к различным математическим соревнованиям. Так как программа относится к продвинутому уровню реализации, набор на обучение осуществляется на основании закрытого списка обучающихся, ранее прошедших обучение на программах ГБОУ «Академия первых» естественно-научной направленности и показавших отличные результаты на школьном, муниципальном или региональном этапах ВСОШ.

**Срок реализации программы:** 72 академических часа.

**Формы обучения:** настоящая программа предполагает, что основные занятия (4-5 часа в неделю) проводятся в формате очного обучения. Каждую неделю учащиеся получают задачи по пройденной теме, которые решают в режиме самостоятельной работы (2 часа в неделю). Для помощи учащимся в решении задач проводятся консультации в онлайн-формате (1 час в 2 недели).

## **1. ЦЕЛЬ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ**

Целью реализации настоящей дополнительной общеразвивающей программы является расширение у учащихся знаний в области олимпиадной математики, повышение их общекультурного уровня и математического кругозора, приобретение практических умений познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, создание условий для формирования и развития у учащихся способности и готовности к самостоятельному поиску методов решения практических задач, подготовка к олимпиадам и конкурсам по математике.

## **2. ЗАДАЧИ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ**

### **2.1. Образовательные задачи:**

- познакомить обучающихся с базовым уровнем основных методов решения олимпиадных задач;
- развить у школьников свойственный математике стиль мышления – аналитический, логический, пространственный;
- создать условия для формирования навыков самостоятельной работы и решения новых задач;
- расширить математический кругозор.

### **2.2. Развивающие задачи:**

- развивать мышление обучающихся, их познавательную активность и самостоятельность;
- выявить и сформировать интеллектуальные способности обучающихся;
- создать мотивации к самостоятельному обучению и развитию;
- поддержать талантливых обучающихся.

### **2.3. Воспитательные задачи:**

- обеспечение духовно-нравственного воспитания обучающихся;

- формирование позитивного и уважительного отношения к труду в области математических наук, умения преодолевать трудности и получать удовольствие от решения задач;
- воспитание научной честности и умения вести научную дискуссию;
- помощь в позитивной социализации и профессиональном самоопределении.

### **3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ**

В результате освоения дополнительной общеразвивающей программы «Олимпиадная математика, 8 класс» обучающийся должен **знать**:

- методы решения алгебраических, геометрических и комбинаторных задач;
- методы решения олимпиадных задач.

**Используя эти знания, обучающийся должен уметь**:

- применять методы решения алгебраических, геометрических и комбинаторных задач на практике;
- применять самостоятельно методы решения олимпиадных задач в ситуациях, аналогичных разобранным с преподавателем.

**Способы определения результативности:**

- педагогическое наблюдение;
- изучение активности обучающихся на занятиях;
- проверка задач, решенных самостоятельно.
- ведение рейтинга обучающихся;
- ведение журнала учета.

**Формы подведения итогов реализации программы:**

Промежуточный мониторинг осуществляется в виде решения олимпиадных заданий. Будет вестись индивидуальный рейтинг каждого обучающегося.

**4. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ**  
**УЧЕБНЫЙ ПЛАН**  
**ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩЕЙ ПРОГРАММЫ**  
**«Олимпиадная математика, 8 класс»**

№	Название раздела, темы	Количество часов					Форма аттестации / контроля
		Всего	Теория	Практика	Консультация	Самостоятельная работа	
1	Разной по теории чисел	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
2	Полуинвариант	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
3	Разной по геометрии	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
4	Деревья	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
5	Неравенства о средних для нескольких чисел	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
6	Принцип Дирихле	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
7	Симметрия.	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
8	Сочетания из $n$ по $k$	4	1	1		2	Сдача задач/

							ведение рейтинговой таблицы
9	Увидеть граф	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
10	Линейное представление НОД	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
11	Уравнения в целых числах. Зажатия и бесконечный спуск.	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
12	Малая теорема Ферма. Часть 1	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
13	Малая теорема Ферма. Часть 2	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
14	Дискретная непрерывность	4	1	1		2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
15	Разнобой по алгебре	5	1	1	1	2	Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы
16	Итоговая контрольная работа	4	0	2		2	Личный рейтинг.
	Итого	72	15	17	8	32	

Распределение учебной нагрузки в течение недели, всего 4-5 часов в неделю, из них:

- одно занятие в неделю — это очное занятие,
- одно занятие в неделю — это онлайн-консультация,
- два занятия в неделю отведено на самостоятельную работу учащихся с заданиями на отработку навыков по пройденным с преподавателем темам.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО ПЛАНА

### Тема 1. Разнобой по теории чисел. (5 часов)

Теория: Повторение базовых идей делимости, делимости с остатком, простых чисел, составных чисел, сравнений по модулю.

Практика: Предлагается серия задач по теории чисел.

### Тема 2. Полуинвариант. (4 часа)

Теория: Обсуждаются задачи, в которых при допустимых операциях какое-то выражение меняется только в одну сторону (например, возрастает).

Практика: Предлагаются комбинаторные задачи, в которых требуется доказать, что некоторые объекты не существуют, потому что препятствием к их существованию является наличие полуинварианта.

### Тема 3. Разнобой по геометрии. (5 часов)

Теория: Повторение свойств равнобедренного и прямоугольного треугольника, повторение идеи счёта углов и удвоения медианы.

Практика: Решение задач по теме.

### Тема 4. Деревья. (4 часа)

Теория: Вводится понятие дерева из теории графов. Обсуждаются его свойства (в том числе понятие висячей вершины (листа)). Обсуждается связь между количеством вершин и рёбер дерева.

Практика: Решение задач по теме.

### Тема 5. Неравенства о средних для нескольких чисел. (5 часов)

Теория: Доказываются неравенства о средних для произвольного количества чисел. Затем разбираются примеры применения этого неравенства.

Практика: Предлагаются различные задачи на доказательство неравенств и задачи, сводящиеся к ним.

### Тема 6. Принцип Дирихле. (4 часа)

Теория: Обсуждается принцип Дирихле и его строгое доказательство и применение.

Практика: Предлагаются нестандартные задачи, решение которых использует этот принцип.

### Тема 7. Симметрия. (5 часов)

Теория: На занятии рассматривается отражение относительно прямой (симметрия) как способ дополнительного построения.

Практика: Предлагаются геометрические задачи, решение которых предполагает применение симметрии к отдельным элементам конструкции.



**Тема 8.** Сочетания из  $n$  по  $k$ . (4 часа)

Теория: Вводится понятие сочетания. Выводится явная формула для числа сочетаний из  $n$  по  $k$ . Обсуждается применение сочетаний в различных комбинаторных задачах.

Практика: Решение задач по теме.

**Тема 9.** Увидеть граф. (5 часов)

Теория: Обсуждается идея построение графа, соответствующего условию задачи. Тем самым задача сводится к задаче на свойства графа.

Практика: Предлагается серия комбинаторных задач, требующих построение графа, соответствующего условию задачи.

**Тема 10.** Линейное представление НОД. (4 часа)

Теория: Доказывается, что для целых  $a$  и  $b$  найдутся такие  $n$  и  $m$ , что  $an + bm = (a,b)$ . Обсуждается использование этой формулы в различных теоретико-числовых задачах.

Практика: Решение задач по теме.

**Тема 11.** Уравнения в целых числах. Зажатия и бесконечный спуск. (5 часов)

Теория: Обсуждаются идеи зажатия и бесконечного спуска при решении уравнений в целых числах.

Практика: Решение задач по теме.

**Тема 12.** Малая теорема Ферма. Часть 1. (4 часа)

Теория: Доказывается малая теорема Ферма. Предлагаются теоретико-числовые задачи на применение этой теоремы.

Практика: Решение задач по теме.

**Тема 13.** Малая теорема Ферма. Часть 2. (5 часов)

Теория: Обсуждение различных применений малой теоремы Ферма.

Практика: Решение задач по теме.

**Тема 14.** Дискретная непрерывность. (4 часа)

Теория: Обсуждаются задачи, в которых при допустимых операциях какое-то выражение может изменяться только на одно и то же значение.

Практика: Предлагаются комбинаторные задачи, в которых доказывается существования некоторого объекта, исходя из того, что значение выражение обязательно должно принимать конкретное значение.

**Тема 15.** Разнобой по алгебре. (5 часов)

Теория: Повторение некоторых алгебраических и комбинаторных тем.

Практика: Решение задач.

**Тема 16.** Итоговая контрольная работа. (4 часа)

Практика: Решение задач итогового мероприятия.

**КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК**  
**(УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН)**  
**ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩЕЙ ПРОГРАММЫ**  
**«Олимпиадная математика, 8 класс»**

№ п/п	Месяц	Число	Время проведения занятия	Форма занятия	Кол-во часов	Тема занятия	Место проведения	Форма контроля
<b>1.</b>	<b>Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале</b>				<b>5 ч. в том числе:</b>	<b>Разнобой по теории чисел</b>		<b>Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы</b>
1.1.				Лекция	1	Разнобой по теории чисел	Аудитория	
1.2.				Практика	1	Решение задач по теории чисел.	Аудитория	
1.3				Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
1.4				Самостоятельная работа	2	Решение задач по теме	Дистанционно	
<b>2.</b>	<b>Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале</b>				<b>4 ч. в том числе:</b>	<b>Полуинвариант</b>		<b>Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы</b>
2.1.				Лекция	1	Полуинвариант	Аудитория	

2.2.		Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
2.3.		Самостоятельная работа	2	Решение задач по теме.	Дистанционно	
<b>3.</b>	<b>Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале</b>		<b>5 ч. в том числе:</b>	<b>Разнобой по геометрии</b>		<b>Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы</b>
3.1.		Лекция	1	Разнобой по геометрии	Аудитория	
3.2.		Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
3.3.		Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
3.4.		Самостоятельная работа	2	Решение задач по теме	Дистанционно	
<b>4.</b>	<b>Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале</b>		<b>4 ч. в том числе:</b>	<b>Деревья</b>		<b>Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы</b>
4.1.		Лекция	1	Деревья	Аудитория	
4.2.		Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	

4.3.		Самостоятельная работа	2	Решение задач по теме	Дистанционно	
<b>5.</b>	<b>Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале</b>		<b>5 ч. в том числе:</b>	<b>Неравенства о средних для нескольких чисел</b>		<b>Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы</b>
5.1.		Лекция	1	Неравенства о средних для нескольких чисел	Аудитория	
5.2.		Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
5.3.		Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
5.4.		Самостоятельная работа	2	Решение задач по теме	Дистанционно	
<b>6.</b>	<b>Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале</b>		<b>4 ч. в том числе:</b>	<b>Принцип Дирихле</b>		<b>Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы</b>
6.1		Лекция	1	Принцип Дирихле	Аудитория	

6.2.		Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
6.3.		Самостоятельная работа	2	Решение задач по теме	Дистанционно	
<b>7.</b>	<b>Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале</b>		<b>5 ч. в том числе:</b>	<b>Симметрия</b>		<b>Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы</b>
7.1.		Лекция	1	Симметрия	Аудитория	
7.2		Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
7.3.		Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
7.4.		Самостоятельная работа	2	Решение задач по теме	Дистанционно	
<b>8.</b>	<b>Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале</b>		<b>4 ч. в том числе:</b>	<b>Сочетания из n по k</b>		<b>Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы</b>

8.1.		Лекция	1	Сочетания из n по k	Аудитория	
8.2.		Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
8.3.		Самостоятельная работа	2	Решение задач по теме	Дистанционно	
<b>9.</b>	<b>Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале</b>		<b>5 ч. в том числе:</b>	<b>Увидеть граф</b>		<b>Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы</b>
9.1.		Лекция	1	Увидеть граф	Аудитория	
9.2.		Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
9.3.		Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
9.4.		Самостоятельная работа	2	Решение задач по теме	Дистанционно	

<b>10</b>	<b>Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале</b>		<b>4 ч. в том числе:</b>	<b>Линейное представление НОД</b>		<b>Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы</b>
10.1.		Лекция	1	Линейное представление НОД	Аудитория	
10.2.		Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
10.3.		Самостоятельная работа	2	Решение задач по теме	Дистанционно	
<b>11</b>	<b>Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале</b>		<b>5 ч. в том числе:</b>	<b>Уравнения в целых числах. Зажатия и бесконечный спуск</b>		<b>Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы</b>
11.1.		Лекция	1	Уравнения в целых числах. Зажатия и бесконечный спуск	Аудитория	
11.2.		Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
11.3.		Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	

11.4.		Самостоятельная работа	2	Решение задач по теме	Дистанционно	
<b>12</b>	<b>Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале</b>		<b>4 ч. в том числе:</b>	<b>Малая теорема Ферма. Часть 1</b>		<b>Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы</b>
12.1.		Лекция	1	Малая теорема Ферма. Часть 1	Аудитория	
12.2.		Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
12.3.		Самостоятельная работа	2	Решение задач по теме	Дистанционно	
<b>13</b>	<b>Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале</b>		<b>5 ч. в том числе:</b>	<b>Малая теорема Ферма. Часть 2.</b>		<b>Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы</b>
13.1.		Лекция	1	Малая теорема Ферма. Часть 2	Аудитория	
13.2.		Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	



13.3.		Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
13.4.		Самостоятельная работа	2	Решение задач по теме	Дистанционно	
<b>14</b>	<b>Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале</b>		<b>4 ч. в том числе:</b>	<b>Дискретная непрерывность</b>		<b>Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы</b>
14.1.		Лекция	1	Малая теорема Ферма. Часть 2	Аудитория	
14.2.		Практика	1	Решение задач по теме	Аудитория	
14.3.		Самостоятельная работа	2	Решение задач по теме	Дистанционно	
<b>15</b>	<b>Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале</b>		<b>5 ч. в том числе:</b>	<b>Разнобой по алгебре</b>		<b>Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы</b>
15.1.		Лекция	1	Разнобой по алгебре	Аудитория	

15.2.		Практика	1	Решение задач	Аудитория	
15.3.		Консультация	1	Обсуждение вопросов, возникших при решении заданий	Дистанционно	
15.4.		Самостоятельная работа	2	Решение задач по теме	Дистанционно	
<b>16</b>	<b>Конкретная дата и время указываются преподавателем в журнале</b>		<b>4 ч. в том числе:</b>	<b>Итоговая контрольная работа</b>		<b>Сдача задач/ ведение рейтинговой таблицы</b>
16.1.		Практика	2	Решение задач итоговой контрольной работы	Аудитория	
16.2.		Самостоятельная работа	2	Решение задач по теме	Дистанционно	

## **5. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ (ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ)**

### **5.1. Материально-технические условия реализации программы**

<b>Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий</b>	<b>Вид занятий</b>	<b>Оборудование, программное обеспечение</b>
Аудитория для очного обучения	Лекция, практикум	Компьютер, мультимедийный проектор, экран, доска
Дистанционное обучение	Онлайн консультация, самостоятельная работа (практикум)	

Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации.

### **5.2. Учебно-методическое обеспечение программы**

Образовательная программа содержит теоретическую и практическую подготовку, большее количество времени уделяется практической деятельности.

Кроме традиционных методов используются эвристический метод; исследовательский метод, самостоятельная работа; диалог и дискуссия; приемы дифференцированного обучения, обеспечивающие обучение каждого обучающегося на уровне его возможностей и способностей.

Для реализации настоящей программы используются основные методы работы – развивающего обучения (проблемный, поисковый, творческий).

Занятия проводит педагог, имеющий высшее образование. Программа составлена с учетом санитарно-гигиенических требований к порядку проведения занятий и адаптирована к возрастным особенностям обучающихся.

## **СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ И РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

### **Основная литература:**

1. Уфнаровский В. А. Математический аквариум. М.: МЦНМО, 2016.
2. Кноп К.А. Азы теории чисел. М.: МЦНМО, 2017.
3. Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. М.: МЦНМО, 2006.
4. Гордин Р.К. Это должен знать каждый матшкольник. М.: МЦНМО, 2003.
5. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки. М.: МЦНМО, 2021.
6. Горбачев Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. М.: МЦНМО, 2008.
7. Шень А.Х. Математическая индукция. М.: МЦНМО, 2016.
8. Каннель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. М.: МЦНМО, 2006.
9. Прасолов В. В. Задачи по планиметрии. М.: МЦНМО, 2006.
10. Федоров Р. М., Канель-Белов А. Я., Ковальджи А. К., Яценко И. В. Московские математические олимпиады 1993–2005 г. М.: МЦНМО, 2006.
11. Сгибнев А.И. Делимость и простые числа. М.: МЦНМО, 2013.
12. Гуровиц В.М. Графы. М.: МЦНМО, 2014.

### **Дополнительная литература:**

1. Виленкин Н.Я. Рассказы о множествах. М.: МЦНМО, 2005.
2. Яценко И.В. Приглашение на математический праздник. М.: МЦНМО, 2005.
3. Акопян А.В. Геометрия в картинках. М.: МЦНМО, 2017.